

J. LELLOUCH

A. ALPEROVITCH

**Une note sur l'application de l'algorithme de FORD
à un problème de diagnostic médical**

*Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche
opérationnelle. Recherche opérationnelle*, tome 5, n° V1 (1971),
p. 57-59.

http://www.numdam.org/item?id=RO_1971__5_1_57_0

© AFCET, 1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE NOTE SUR L'APPLICATION DE L'ALGORITHME DE FORD A UN PROBLEME DE DIAGNOSTIC MEDICAL

par J. LELLOUCH (1) et A. ALPEROVITCH (1)

Résumé. — Cette note décrit comment il est possible, dans certains cas particuliers importants en pratique, de ramener le problème de la détermination de la séquence optimale d'examens devant conduire à un diagnostic médical, à celui de la détermination du chemin de longueur minimum d'un graphe séquentiel.

INTRODUCTION

Quand un médecin, face à un malade, doit le classer dans une catégorie diagnostique (ou plus généralement prendre une décision le concernant, par exemple lui prescrire une thérapeutique), il peut soit estimer que les renseignements dont il dispose sur ce malade sont suffisants pour guider son choix, soit demander de nouveaux examens qui viendront compléter son information. Se pose alors à lui le problème du choix de ces examens complémentaires et de l'ordre dans lequel ils doivent être effectués, le but étant d'arriver à une conclusion le plus vite possible, ou encore « aux moindres frais » pour le patient et la société. Il se peut d'ailleurs que cette conclusion ne soit pas obtenue avec certitude; c'est le cas où aucun des examens disponibles ne permet d'affirmer le véritable diagnostic, mais c'est aussi celui où même si de tels examens existent, ils sont si coûteux vis-à-vis de l'importance de l'erreur de diagnostic qu'on préfère les éviter.

La solution théorique d'un tel problème de décision séquentielle est bien connue [2]; cependant, dans toute sa généralité, elle nécessite des moyens de calcul qui sont encore bien au-delà des capacités actuelles des ordinateurs [4].

Cette note traite d'un problème plus limité, mais qui se pose souvent dans la pratique hospitalière [1]. Il ne semble cependant pas avoir été considéré auparavant.

(1) Unité de Recherches Statistiques de l'INSERM. - 94 - Villejuif.

NOTATIONS ET HYPOTHESES

Soit $\Theta = \{1, \dots, \alpha, \dots, n\}$ l'ensemble des n diagnostics possibles, et $\pi = \{\pi_1, \dots, \pi_\alpha, \dots, \pi_n\}$ leur distribution de probabilité $\{\sum \pi_\alpha = 1\}$, au moment où se pose le choix de la séquence d'examens complémentaires; généralement, π est une distribution *a posteriori*, tenant compte des résultats de l'examen clinique et de quelques examens simples.

$E = \{e_1, \dots, e_i, \dots, e_k\}$ est l'ensemble des examens complémentaires. Nous supposons que chacun de ces examens est soit « positif », soit « négatif », et qu'un examen « positif » permet d'affirmer le diagnostic; alors qu'un examen négatif ne permet pas de conclure avec certitude.

Soit $p_\alpha^i (= 1 - q_\alpha^i)$ la probabilité que l'examen i soit positif pour le diagnostic α et $q_\alpha^{i_1, i_2, \dots}$ la probabilité que i_1 et i_2 et ... soient négatifs pour le diagnostic α (si les résultats des examens sont indépendants pour chaque diagnostic, on a $q_\alpha^{i_1, i_2, \dots} = q_\alpha^{i_1} q_\alpha^{i_2} \dots$). Appelons enfin c_α^i le « coût » de l'examen i pour le diagnostic α .

En réalité, les quantités p , q et c dépendent non seulement du diagnostic du malade, mais aussi de ses autres caractéristiques : âge, état général...

Nous admettons que le coût d'une quelconque erreur de diagnostic est très grand devant le coût de chacun des examens e ; autrement dit, on décide de continuer à pratiquer des examens tant que l'on n'a pas obtenu de réponse positive. Le seul problème qui se pose est donc celui de l'ordre des examens.

L'ALGORITHME

Soit une séquence $e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_j}, \dots, e_{i_k}$; le coût total de cette séquence est la somme des examens qui la composent; or le coût moyen de e_{i_j} est tout simplement

$$c(e_{i_j}/e_{i_1}, e_{i_2}, \dots) = \sum_{\alpha} \pi_{\alpha} c_{\alpha}^{i_j} q_{\alpha}^{i_1, i_2, \dots}$$

puisque bien entendu e_{i_j} n'est effectué que si les examens antérieurs ont tous été négatifs.

On remarque que ce coût de e_{i_j} ne dépend que des examens qui le précèdent, mais non de leur ordre. Ceci nous permet de représenter l'ensemble des $K!$ séquences possibles par un graphe séquentiel à 2^K points (fig. 1, pour $k = 4$). Par exemple le chemin marqué X représente la séquence $e_3 - e_1 - e_4 - e_2$, et $c(e_3/e_2, e_1)$ est la longueur du segment 12-123.

On est ainsi ramené au problème classique de la recherche du chemin de longueur minimum dans un graphe séquentiel [3, 5].

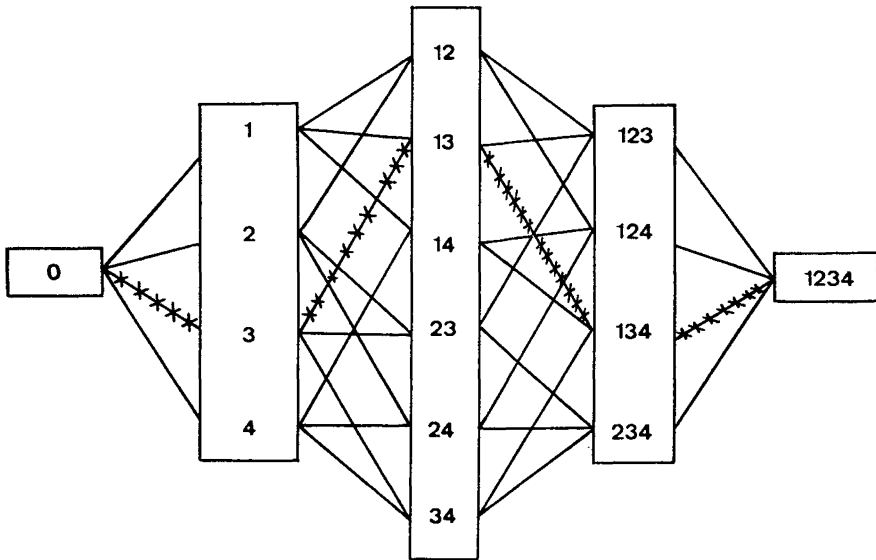


Figure 1

CONSIDERATIONS PRATIQUES

Le choix de valeurs numériques pour les différents paramètres du problème (coûts, probabilités...) pose évidemment un certain nombre de difficultés. Il est difficile d'en discuter sans référence à un exemple précis. Nous renvoyons pour cela le lecteur au travail exposé en [1] dans lequel on considère un cas où $n = 30$ et $k = 15$.

REFERENCES

- [1] A. ALPEROVITCH, A. GOLD et J. LELLOUCH, L'aide de l'ordinateur dans le diagnostic des opacités rondes intrathoraciques. *La Presse médicale*, 1971, 79-4.
- [2] K. J. ARROW, D. BLACKWELL and M. A. GIRSHICK, « Bayes and minimax solutions of sequential decision problems », *Econometrica*, 17, 1949.
- [3] L. R. FORD, « Network flow theory », *Rand Corporation*, 1956, p. 923.
- [4] G. A. GORRY, *A system for computer-aided diagnosis*, PhD Thesis/MIT, September 1967.
- [8] A. KAUFMANN et R. CRUON, *La programmation dynamique*, Dunod, 1965.