

B. COLLOMB

A. ZYLBERBERG

**Critère du profit et objectifs quantitatifs à travers
une procédure de planification décentralisée**

*Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche
opérationnelle. Recherche opérationnelle*, tome 11, n° 2 (1977),
p. 223-232.

http://www.numdam.org/item?id=RO_1977__11_2_223_0

© AFCET, 1977, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CRITÈRE DU PROFIT ET OBJECTIFS QUANTITATIFS A TRAVERS UNE PROCÉDURE DE PLANIFICATION DÉCENTRALISÉE

par B. COLLOMB ⁽¹⁾ et A. ZYLBERBERG ⁽²⁾

Résumé. — *Cet article présente un algorithme de décentralisation dans lequel à chaque étape :*

- *le centre propose à chaque unité des objectifs quantitatifs de production,*
- *les unités décentralisées cherchent à maximiser leur profit tout en s'approchant le plus possible des objectifs proposés par le centre. On introduit ainsi un « bonus » pour chaque unité, qui est d'autant plus important que les écarts (par excès ou par défaut) par rapport aux objectifs du centre sont plus petits.*

Cette dernière opération amène les unités à faire de nouvelles propositions de production. Connaissant celles-ci le centre peut améliorer sa connaissance des possibilités techniques de chaque unité et fixer alors de nouveaux objectifs.

On montre que cette procédure est monotone et qu'elle converge vers un programme optimal. Enfin dans une dernière partie on s'interroge quant au « réalisme » de cette procédure et l'on examine dans quelles mesures les unités décentralisées ont intérêt à suivre les règles décidées par le centre.

INTRODUCTION

Dans le modèle d'économie planifiée que nous présentons ici, nous considérons que le centre cherche à maximiser son profit global. Pour atteindre ce but, il met en œuvre une procédure telle que, à chaque étape, les unités décentralisées cherchent à la fois à maximiser leur propre profit et à se rapprocher d'un objectif fixé par le centre. Chaque unité décentralisée est ainsi dotée d'un critère exprimant l'importance donnée aux différents objectifs et aux écarts possibles de part et d'autre des valeurs cibles (c'est la formulation dite « goal-interval programming » de [1]).

(*) Reçu déc. 1975, révisé mars 1976.

(¹) Ciments Lafarge.

(²) Laboratoire d'Économétrie de l'École Polytechnique.

1. LE PROBLÈME GLOBAL

Notre économie sera décrite par la donnée de K unités de production, chacune d'entre elles étant repérée par un indice $k = 1, \dots, K$. Pour tout k on désignera par $X_k \subset R^n$ l'ensemble de production possible de l'unité k et par $x_k \in R^n$ la production de l'unité k .

Nous supposons qu'il existe dans l'économie un vecteur de prix $p \in R_+^n$ (nous ne chercherons pas à savoir comment il a été fixé).

Le problème du bureau central de planification (B.C.P.) est alors le suivant

$$\text{Problème (P)} : \begin{cases} \text{Max} \sum_{k=1}^K \langle p, x_k \rangle \\ \text{s.c. } x_k \in X_k \quad \forall k = 1, \dots, K \end{cases}$$

A partir de maintenant nous ferons l'hypothèse suivante :

H1: Pour tout $k = 1, \dots, K$; l'ensemble X_k est convexe, compact, non vide ⁽¹⁾.

Il est clair que sous l'hypothèse H1 le problème (P) admet une solution que nous noterons $\bar{x} = (\bar{x}_k)_{k=1, \dots, K}$. Pour simplifier les notations on posera encore :

$$U(x) = \sum_{k=1}^K \langle p, x_k \rangle$$

et $\bar{U} = U(\bar{x})$.

2. UNE PROCÉDURE DE DÉCENTRALISATION

Pour connaître le programme optimal \bar{x} le B.C.P. doit résoudre le problème (P), cependant il s'est avéré que dans la pratique le centre ne connaît pas, ou connaît d'une manière trop approximative, les possibilités de production de chaque unité k (c'est-à-dire les ensembles X_k). Pour tenter de palier à cette difficulté on est amené à construire des procédures, c'est-à-dire des « règles » d'échange de l'information entre le centre et la périphérie, qui permettent au B.C.P. d'avoir une idée de plus en plus précise des possibilités de production de chaque unité.

⁽¹⁾ Ces hypothèses ont évidemment un caractère relativement restrictif. Dans un environnement analogue à celui-ci, J. C. Cremer a présenté dans [3] une procédure plus complexe ne faisant pas intervenir l'hypothèse de convexité.

Dans la procédure que nous allons décrire maintenant, nous considérerons deux types d'information (ou plutôt des « indices prospectifs » et des « propositions » pour employer la terminologie de Malinvaud [7]):

a) indices prospectifs : le B.C.P. va proposer des objectifs de production à chaque unité.

b) propositions : étant donné ces objectifs de production chaque unité transmettra au centre des coûts de production et des plans de production.

Voyons maintenant cela dans le détail :

Les différentes étapes de la procédure seront indicées par s . Plaçons-nous à l'étape s ; le B.C.P. connaît pour tout $k = 1, \dots, K$ une « approximation » X_k^s de X_k . Il résoud alors le problème suivant :

$$\text{Problème } (P^s) \begin{cases} \text{Max } \sum_{k=1}^K \langle p, x_k \rangle \\ x_k \in X_k^s \quad k = 1, \dots, K \end{cases}$$

On note $g^s = (g_k^s)_{k=1, \dots, K}$ les solutions de ce problème et on pose

$$U^s = U(g^s) = \sum_{k=1}^K \langle p, g_k^s \rangle$$

REMARQUE 1 : Le problème (P^s) admet bien une solution car on montrera ultérieurement que l'ensemble X_k^s est un convexe, compact non vide.

Le B.C.P. envoie alors l'objectif de production g_k^s à l'unité k , deux cas peuvent alors se produire :

1) $g_k^s \in X_k \forall k = 1, \dots, K$ la procédure est terminée car le programme g^s est optimal (ceci se démontre aisément à partir de (i) du lemme 2 et du théorème 1).

2) Il existe k tel que $g_k^s \notin X_k$ ces unités résolvent alors le :

$$\text{Problème } (P_k^s) \begin{cases} \text{Max } \langle p, x_k \rangle + b_k(x_k^+, x_k^-) \\ x_k \in X_k \\ x_k - x_k^+ + x_k^- = g_k^s \quad (1) \\ x_k^+, x_k^- \geq 0 \end{cases}$$

L'hypothèse suivante est nécessaire pour la suite :

H2 : La fonction $b_k : R_+^n \times R_+^n \rightarrow R$ est continue et strictement décroissante par rapport à chacune de ces composantes.

L'interprétation du problème (P_k^s) est la suivante :

Les variables x_k^+ et x_k^- représentent les écarts (respectivement par excès et par défaut) entre la production x_k de l'unité et l'objectif de production g_k^s fixé par le centre et la fonction b_k s'interprète alors comme un « bonus » qui est d'autant plus important que la production de l'unité est proche de l'objectif fixé par le centre (puisque l'on suppose que la fonction b_k est décroissante).

Globalement le problème (P_k^s) signifie que l'unité k est incitée à maximiser son profit $\langle p, x_k \rangle$ (en admettant que tout ou plutôt une partie de celui-ci soit reversé dans ses divers « fonds » de manière institutionnelle) tout en étant également incitée à s'approcher le plus possible des objectifs fixés par le B.C.P. par l'attribution du bonus b_k .

Ce type d'incitations « mixtes » correspond d'une manière simplifiée aux mécanismes que l'on a tenté de mettre en place en U.R.S.S. lors de l'application de la réforme Libermann (pour plus de précision on pourra consulter par exemple [4] et [6]).

Soient alors x_k^s , x_k^{s+} et x_k^{s-} les solutions du problème (P_k^s) et soit également μ_k^s la valeur de la variable duale associée à la contrainte (1) à l'optimum. L'unité k envoie alors au centre x_k^s et μ_k^s . Muni de ces informations le B.C.P. construit X_k^{s+1} à partir de X_k^s suivant une méthode déjà utilisée par Weitzman dans [7].

$$X_k^{s+1} = X_k^s \cap H_k^s \quad (2)$$

avec

$$H_k^s = \{ x_k \in R^n \mid \langle \eta_k^s, x_k^s \rangle \geq \langle \eta_k^s, x_k \rangle \}$$

où l'on a posé

$$\eta_k^s = p + \mu_k^s$$

Connaissant X_k^{s+1} le centre peut alors résoudre (P^{s+1}) etc...

Enfin pour initialiser la procédure on suppose que le centre possède une approximation X_k^0 de X_k (pour tout $k = 1, \dots, K$) telle que :

$$H3: \quad X_k \subset X_k^0;$$

$$X_k^0 \text{ est convexe, compact.}$$

3. LES PROPRIÉTÉS DE LA PROCÉDURE

Dans cette partie nous allons établir deux théorèmes et deux lemmes qui vont résumer les propriétés de notre procédure.

LEMME 1 : A chaque étape s , les solutions $(x_k^s, x_k^{s+}, x_k^{s-})$ du problème (P_k^s) et η_k^s vérifient les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 x_k^s - x_k^{s+} + x_k^{s-} &= g_k^s & (i) \\
 \langle \eta_k^s, x_k^s \rangle &\geq \langle \eta_k^s, x_k \rangle \quad \forall x_k \in X_k & (ii) \\
 \langle \mu_k^s, g_k^s \rangle &\geq \langle \mu_k^s, x_k^s \rangle & (iii) \\
 \langle \mu_k^s, x_k^{s-} \rangle &\geq 0 & (iv) \\
 \langle \mu_k^s, x_k^{s+} \rangle &\leq 0 & (v)
 \end{aligned}$$

Preuve : Le Lagrangien du problème (P_k^s) s'écrit :

$$L(x_k^+, x_k^-, x_k, \mu_k) = \langle p, x_k \rangle + b_k(x_k^+, x_k^-) + \langle \mu_k, x_k - x_k^+ + x_k^- - g_k^s \rangle.$$

Les conditions de point col sont alors :

$$\begin{aligned}
 (a) \quad &L(x_k^{s+}, x_k^{s-}, x_k^s, \mu_k^s) \leq L(x_k^{s+}, x_k^{s-}, x_k^s, \mu_k) \quad \forall \mu_k \\
 (b) \quad &L(x_k^{s+}, x_k^{s-}, x_k^s, \mu_k^s) \geq L(x_k^+, x_k^-, x_k, \mu_k^s) \quad \forall x_k \in X_k, \quad \forall x_k^+, x_k^- \geq 0
 \end{aligned}$$

or (a) implique immédiatement que :

$$x_k^s - x_k^{s+} + x_k^{s-} = g_k^s \quad \text{c'est-à-dire (i)}$$

et (b) s'écrit

$$\begin{aligned}
 &\langle p, x_k^s \rangle + b_k(x_k^{s+}, x_k^{s-}) + \langle \mu_k^s, x_k^s - x_k^{s+} + x_k^{s-} \rangle \\
 &\geq \langle p, x_k \rangle + b_k(x_k^+, x_k^-) + \langle \mu_k^s, x_k - x_k^+ + x_k^- \rangle; \quad \forall x_k \in X_k, \quad \forall x_k^+, x_k^- \geq 0
 \end{aligned}$$

Dans cette dernière expression faisons $x_k^+ = x_k^{s+}$ et $x_k^- = x_k^{s-}$ on obtient :

$$\langle p + \mu_k^s, x_k^s \rangle \geq \langle p + \mu_k^s, x_k \rangle \quad \forall x_k \in X_k$$

ce qui montre (ii) (puisque $\eta_k^s = p + \mu_k^s$).

De même faisons $x_k = x_k^s$ et $x_k^+ = x_k^{s+}$ on obtient :

$$b_k(x_k^{s+}, x_k^{s-}) - b_k(x_k^{s+}, x_k^-) \geq \langle \mu_k^s, x_k^- - x_k^{s-} \rangle \quad \forall x_k^- \geq 0$$

faisons $x_k^- = 0$, comme b_k est décroissante on a

$$b_k(x_k^{s+}, x_k^{s-}) - b_k(x_k^{s+}, 0) \leq 0$$

d'où

$$\langle \mu_k^s, x_k^{s-} \rangle \geq 0 \quad \text{c.a.d. (iv)}$$

on démontrerait de la même manière que

$$\langle \mu_k^s, x_k^{s+} \rangle \leq 0 \quad \text{c.a.d. (v)}$$

de plus (i) implique que :

$$\langle \mu_k^s, g_k^s - x_k^s \rangle = \langle \mu_k^s, x_k^{s-} - x_k^{s+} \rangle \geq 0 \quad \text{c.a.d. (iii)}$$

REMARQUE 2: (ii) signifie que l'hyperplan de normal η_k^s est tangent à X_k au point x_k^s . De plus X_k étant convexe on a :

$$X_k \subset H_k^s \quad \forall s$$

LEMME 2: Les propositions suivantes sont vérifiées :

- (i) Pour tout $k = 1, \dots, K$ $X_k \subset \dots \subset X_k^{s+1} \subset X_k^s \subset \dots \subset X_k^0$.
- (ii) Pour tout s le problème (P^s) admet une solution.
- (iii) Pour tout $k = 1, \dots, K$ on a

$$\langle p, g_k^s \rangle \geq \langle p, x_k^s \rangle \quad \text{et} \quad \langle \eta_k^s, g_k^s \rangle \geq \langle \eta_k^s, x_k^s \rangle.$$

Preuve: (i) se déduit immédiatement de l'égalité (2) $X_k^{s+1} = X_k^s \cap H_k^s$, de l'hypothèse H3: $X_k \subset X_k^0$ et de la remarque 2: $X_k \subset H_k^s \forall s$.

De plus (i) implique que pour tout s , X_k^s est un ensemble compact et (ii) est ainsi vérifiée.

Enfin g^s étant solution du problème (P^s) on a :

$$\forall k = 1, \dots, K \quad \langle p, g_k^s \rangle \geq \langle p, x_k \rangle \quad \forall x_k \in X_k^s.$$

En particulier on a :

$$\langle p, g_k^s \rangle \geq \langle p, x_k^s \rangle \quad \text{car} \quad x_k^s \in X_k \subset X_k^s.$$

Et comme d'après le lemme 1 on a :

$$\langle \mu_k^s, g_k^s \rangle \geq \langle \mu_k^s, x_k^s \rangle$$

On en déduit aisément (iii).

REMARQUE 3: (ii) du lemme 1 et (iii) du lemme 2 implique

$$\langle \eta_k^s, g_k^s \rangle \geq \langle \eta_k^s, x_k \rangle \quad \forall x_k \in X_k$$

ce qui signifie que l'hyperplan de normale η_k^s sépare (au sens large) g_k^s de X_k .

REMARQUE 4: Dans la démonstration du lemme 1; on a vu que l'on a les relations :

$$b_k(x_k^{s+}, x_k^{s-}) - b_k(x_k^{s+}, x_k^-) \geq \langle \mu_k^s, x_k^- - x_k^{s-} \rangle \quad \forall x_k^- \geq 0 \quad (4)$$

$$b_k(x_k^{s+}, x_k^-) - b_k(x_k^+, x_k^{s-}) \geq \langle \mu_k^s, x_k^+ - x_k^{s+} \rangle \quad \forall x_k^+ \geq 0 \quad (5)$$

Nous allons montrer que $\mu_k^s \neq 0$, si $g_k^s \notin X_k$. Raisonnons par l'absurde; supposons que $\mu_k^s = 0$ alors (4) implique;

$$b_k(x_k^{s+}, x_k^{s-}) - b_k(x_k^{s+}, 0) \geq 0$$

b_k étant strictement décroissante; on aurait alors $x_k^{s-} = 0$. De même (5) impliquerait $x_k^{s+} = 0$ et par conséquent $x_k^s = g_k^s$ ce qui est impossible car

$$g_k^s \notin X_k.$$

REMARQUE 5 : Nous allons montrer ici que $\eta_k^s = p + \mu_k^s \neq 0$. Raisonnons encore par l'absurde en supposant que $p = -\mu_k^s$, alors (iii) du lemme 2 implique :

$$\langle \mu_k^s, g_k^s \rangle \leq \langle \mu_k^s, x_k^s \rangle$$

ce qui entraîne d'après (iii) du lemme 1 que

$$\langle \mu_k^s, g_k^s \rangle = \langle \mu_k^s, x_k^s \rangle$$

Enfin (i), (iv) et (v) du lemme 1 impliquent :

$$\langle \mu_k^s, x_k^{s-} \rangle = \langle \mu_k^s, x_k^{s+} \rangle = 0$$

Les relations (4) et (5) prouvent alors que $x_k^{s-} = x_k^{s+} = 0$ et la conclusion est identique à la remarque 4.

Le fait que η_k^s ne soit pas nul est important pour le déroulement de notre procédure ; car il signifie qu'à chaque étape s le centre est capable de construire H_k^s et par conséquent X_k^{s+1} .

Énonçons maintenant une première propriété de notre procédure.

THÉORÈME 1 : *La procédure précédemment définie est monotone i. e.*

$$U^0 \geq \dots \geq U^s \geq U^{s+1} \geq \dots \geq \bar{U}.$$

Preuve : évidente à cause de (i) du lemme 2.

Démontrons maintenant le

THÉORÈME 2 : *Sous les hypothèses H1, H2 et H3 la procédure définie au § (2.1) est convergente i. e.*

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} U^s = \bar{U}$$

Preuve : La démonstration est semblable sur de très nombreux points à celle du Théorème 5 de [2].

Pour tout $k = 1, \dots, K$ les suites $\{x_k^{s+}\}$, $\{x_k^{s-}\}$ et $\{x_k^s\}$ sont situées dans des compacts de R^n . De plus dans la construction de X_k^{s+1} et de H_k^s , seul importe la direction du vecteur η_k^s , on peut donc imposer que η_k^s appartienne à un compact (par exemple $\|\eta_k^s\| = 1$), ainsi la suite $\{\mu_k^s\}$ appartient aussi à un compact car $\eta_k^s = p + \mu_k^s$ où p est fixé.

Considérons alors une sous-suite convergente sur un ensemble d'indices S de la suite $\{x_k^{s+}, x_k^{s-}, x_k^s, \mu_k^s, \eta_k^s\}$ et soit $\{(x_k^+)^*, (x_k^-)^*, x_k^*, \mu_k^*, \eta_k^*\}$ la limite de cette suite sur l'ensemble S .

En passant alors à la limite (sur S) pour les résultats obtenus dans les lemmes 1 et 2, on obtient

$$x_k^* - (x_k^+)^* + (x_k^-)^* = g_k^* \tag{6}$$

$$\langle \mu_k^*, g_k^* \rangle \geq \langle \mu_k^*, x_k^* \rangle \tag{7}$$

$$\langle \mu_k^*, (x_k^-)^* \rangle \geq 0 \tag{8}$$

$$\langle \mu_k^*, (x_k^+)^* \rangle \leq 0 \tag{9}$$

$$\langle p, g_k^* \rangle \geq \langle p, x_k^* \rangle \tag{10}$$

$$\langle \eta_k^*, g_k^* \rangle \geq \langle \eta_k^*, x_k^* \rangle \tag{11}$$

Soit alors $t \geq 1$ tel que s et $(s + t)$ appartiennent à S on sait que

$$X_k^{s+t} \subset X_k^{s+1} \quad \text{et} \quad X_k^{s+1} = X_k^s \cap H_k^s$$

Donc

$$g_k^{s+t} \in H_k^s$$

Par définition de H_k^s on a alors :

$$\langle \eta_k^s, x_k^s \rangle \geq \langle \eta_k^s, g_k^{s+t} \rangle.$$

En passant alors à la limite sur s et t dans S , on obtient :

$$\langle \eta_k^*, x_k^* \rangle \geq \langle \eta_k^*, g_k^* \rangle$$

et (11) implique alors que

$$\langle \eta_k^*, g_k^* \rangle = \langle \eta_k^*, x_k^* \rangle$$

et compte tenu de (7) et (10) il vient

$$\begin{aligned} \langle \mu_k^*, g_k^* \rangle &= \langle \mu_k^*, x_k^* \rangle \\ \langle p, g_k^* \rangle &= \langle p, x_k^* \rangle \end{aligned} \tag{12}$$

cette dernière égalité signifie que

$$U^* = \lim_{s \rightarrow +\infty} U(g^s) = \lim_{s \rightarrow +\infty} U(x^s)$$

Mais $x_k^s \in X_k (\forall k)$ entraîne

$$U^* \leq \bar{U}.$$

Or le théorème 1 montre que $U^* \geq \bar{U}$ par conséquent

$$U^* = \bar{U}.$$

REMARQUE 6 : En utilisant les relations (6), (8), (9) et (12), par un raisonnement analogue à celui développé dans les remarques 4 et 5, on montrerait que

$$g_k^* = x_k^* \quad \forall k = 1, \dots, K$$

i. e. que toute sous-suite convergente d'objectifs $\{g^s\}$ tend vers un programme possible pour chaque unité k .

REMARQUE 7 : Le lecteur consultera avec intérêt la thèse de F. Etner [5] où la notion « d'ensemble décomposable » donne une interprétation nouvelle de la procédure développée dans [2]. Les améliorations apportées à la procédure de [2] pouvant parfaitement s'adapter à la procédure que nous venons de décrire.

4. QUELQUES QUESTIONS OUVERTES

La « fabrication » d'une procédure de planification laisse le plus souvent en suspens un certain nombre de questions qui ont trait au réalisme de la procédure ; c'est-à-dire à sa capacité de décrire, d'une manière plus ou moins approximative, des mécanismes existants ou étant susceptibles d'exister. Qu'en est-il ici ?

Le premier point à remarquer est que le programme g^s sélectionné par le centre est « irréalisable » par les unités (« le plus souvent » g_k^s n'appartiendra pas à X_k), c'est-à-dire que les objectifs du B.C.P. sont trop élevés pour les unités.

Le deuxième point, qui est d'ailleurs lié au premier, est que tout au long de cette procédure l'on a supposé que les unités répondaient « honnêtement », c'est-à-dire qu'elles renvoyaient x_k^s solution optimale du problème (P_k^s); or il est clair que dans la réalité une unité décentralisée n'adoptera ce comportement que si elle y a intérêt ⁽¹⁾. Examinons ce point d'une manière un peu plus précise : supposons que notre procédure se déroule sur deux périodes ($s = 0$ et $s = 1$). A l'étape $s = 0$ le B.C.P. connaît X_k^0 et envoie g_k^0 , l'unité k calcule son programme optimal (x_k^0, η_k^0) mais renvoie au B.C.P. un autre programme $(\tilde{x}_k^0, \tilde{\eta}_k^0)$; notons alors g_k^1 l'objectif qui aurait été calculé à partir de (x_k^0, η_k^0) et \tilde{g}_k^1 celui qui est calculé à partir de $(\tilde{x}_k^0, \tilde{\eta}_k^0)$. A l'étape $s = 1$, avec g_k^1 l'unité k aurait eu un revenu :

$$\langle p, x_k^1 \rangle + b_k^1$$

et avec \tilde{g}_k^1 son revenu est alors

$$\langle p, \tilde{x}_k^1 \rangle + \tilde{b}_k^1.$$

Dans ce cadre simplifié (puisqu'il se déroule sur deux périodes), l'unité k a intérêt à ne pas accepter les règles de notre procédure si :

$$\langle p, \tilde{x}_k^1 \rangle + \tilde{b}_k^1 > \langle p, x_k^1 \rangle + b_k^1.$$

(*) Le Rapporteur nous a fait remarquer que la réalité sociologique est plus complexe. Il est certain que cette hypothèse de comportement est un cas extrême.

Or « le plus souvent » on aura :

$$\langle p, \tilde{x}_k^1 \rangle \leq \langle p, x_k^1 \rangle \quad (13)$$

Car \tilde{x}_k^1 correspond à un objectif moins tendu que x_k^1 , mais inversement on aura pour la même raison

$$\tilde{b}_k^1 > b_k^1 \quad (14)$$

Ainsi il apparaît que l'intérêt de l'unité à suivre ou non la règle du jeu dépend de l'importance relative du « profit » (13) vis-à-vis de celle de la « pénalisation » (14). Ces deux facteurs jouant en sens inverse l'un de l'autre. Dans cette direction, il serait important de pouvoir définir avec plus de précision la « forme » que devrait revêtir le critère b_k pour que l'unité ait intérêt à annoncer ses résultats réels. On sait que ces préoccupations ne sont pas purement théoriques, mais qu'au contraire elles constituent un des problèmes concrets les plus délicats de la planification, comme le note M. Ellman dans [4], le centre propose souvent des objectifs irréalistes ($g_k^1 \notin X_k$) car il se « méfie » des unités ; mais en contrepartie ces dernières annoncent rarement leur possibilités réelles pour des raisons qui tiennent à la fois de l'« incertitude administrative » et du manque d'intérêt (pas uniquement en termes monétaires d'ailleurs) qu'elles en retirent.

BIBLIOGRAPHIE

1. B. COLLOMB, *Goal-interval approaches to intertemporal analysis and decentralization in management*, University of Texas, Austin 1971.
2. B. COLLOMB and A. ZYLBERBERG, *Un modèle de décentralisation par objectifs*, Note de travail n° 73/05. Groupe de recherche en gestion des organisations, École Polytechnique, Paris, février, 1973.
3. J. C. CREMER, *A quantity-quantity algorithm for planning under increasing returns to scale*, M.I.T. discussion-paper, 1975.
4. M. ELLMAN, *Planning problems in the USSR*, Cambridge University Press, 1973.
5. F. ETNER, *Décomposition d'un ensemble de production*, Thèse de 3^e cycle, Cahiers de Mathématiques de la Décision. Université de Paris IX, 1974.
6. M. LAVIGNE, *Les économies socialistes*, Armand Colin, Paris, 1970.
7. E. MALINVAUD, *Procédures décentralisées pour la préparation des plans*, Monographie de l'I.N.S.E.E., Paris, 1963.
8. M. WEITZMAN, *Iterative multilevel planning with production targets*, *Econometrica*, Vol. 38, n° 1, janvier 1970.