M. S. Muhanad

Rabais momentané ou l'augmentation tarifaire

Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 19, n° 4 (1985), p. 381-392.

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1985__19_4_381_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 19, n° 5, novembre 1985, p. 381 à 392)

RABAIS MOMENTANÉ OU L'AUGMENTATION TARIFAIRE (*)

par M. S. MUHANAD [1]

Résumé. — *Cet article présente les améliorations que l'on peut apporter à l'approche du « Naddor » dans le cas de l'augmentation tarifaire en univers certain.*

L'hypothèse explicitement envisagée par « Naddor » et qui consiste à différer la livraison et le paiement (I. E. le niveau du stock est nul à la livraison de la commande) sera remplacée par celle d'un niveau du stock non nul à la livraison de la commande.

Le critère d'optimisation retenu ici est la maximisation de l'économie qui résulte d'une telle politique et ceci est illustré par un exemple numérique.

Mots clés : Augmentation tarifaire, stock, optimisation, univers certain, recherche opérationnelle.

Abstract. — *This article presents the amelioration which we can add to the approach of "Naddor" in the case of price changes under deterministic demand.*

Naddor hypothesis which explicits the holding over of the delivery and the payment (I. E. the stock position is nil at the store at the moment of delivery), this will be replaced by stock position not nil at the moment of delivery.

The optimization criteria adopted here is to maximize saving, and this has been illustrated by a numerical example.

Keywords: Price change, inventory, deterministic demand, optimization, operation research.

NOTATIONS

c_c, coût de commande;

i, taux de possession;

c_{u_1}, le coût unitaire avant la hausse tarifaire;

c_{u_2}, le coût unitaire après la hausse tarifaire;

$C_1(q)$, le coût moyen associé à la politique d'anticipation;

$C_2(q)$, le coût moyen associé à la politique hausse subie;

(*) Reçu novembre 1984.

[1] Council of Scientific Research, Scientific Documentation Center, P. O. Box 2441, Baghdad, Iraq.

q_1^*, la quantité économique optimale de commande avant la hausse tarifaire;

q_2^*, la quantité économique optimale de commande après la hausse tarifaire;

D, la demande annuelle;

u, la position de stock à la passation de la commande au moment le plus tardif possible;

L, le délai d'obtention ([2]);

M, le coût moyen annuel en régime de croisière après la hausse tarifaire (y compris la dépense d'acquisition);

q, le niveau de commande que l'on cherche à déterminer;

$R_v(u)$, stock disponible juste avant la livraison de la commande;

R_p, stock disponible juste après la livraison de la commande.

INTRODUCTION

Le cas de rabais momentané est particulièrement fréquent en pratique, et son analyse est très délicate, compte tenu des complications qui surgissent habituellement sur le plan des capacités de stockages ou sur le plan financier.

La recherche de la solution optimale sera orientée vers la détermination du niveau de commande pour la seule commande qui sera lancée juste avant l'application des nouveaux prix et qui tient compte de cette augmentation tarifaire.

Dans un premier temps, nous examinons l'approche de « Naddor », et dans un deuxième temps, nous verrons les améliorations que nous pouvons apporter à son approche.

EXEMPLE INTRODUCTIF

Un magasin vend dans on rayon « Cuisine » ([3]), une bassine à frites qu'il achète à 30 F (hors taxe) mais une hausse de 10 % est annoncée au moment où on était sur le point de passer une commande, portant ce prix de 30 à 33 F ($c_{u_1} = 30$ F, $c_{u_2} = 33$ F), obligeant à une anticipation de la prochaine commande.

([2]) *Voir* V. GIARD [1], p. 215-216.

([3]) Cet exemple est emprunté à V. GIARD [1], p. 243-244.

La vente annuelle de ces bassines D est estimée à 2400 unités/an que l'on peut considérer comme régulière au cours de temps.

Le responsable de rayon suit de près le niveau des stocks afin d'éviter toute rupture de stock en lançant à temps une commande de réapprovisionnement, en tenant compte du caractère certain de la demande et de l'existence d'un délai de livraison de 20 jours ouvrables (l'année comportant 48 semaines de 6 jours ouvrables, soit 288 jours/an).

Le coût de passation d'une commande c_c est estimé à 300 F, coût qui intègre les frais administratifs et que l'on peut considérer comme indépendant du nombre d'unités commandées.

Par ailleurs, la possession d'une bassine à frites, à longueur d'année, coûte « $c_p = i . c_{u_1} = 0{,}2 . 30 = 6$ F », coût correspondant à un taux d'opportunité (taux de possession = 20 %).

Deux cas de figures seront successivement étudiés :

– le premier correspond à une possibilité de différer la livraison et le paiement afin que le stock résiduel soit nul lors de la livraison;

– le deuxième correspond au cas où cette possibilité n'est pas offerte aux clients.

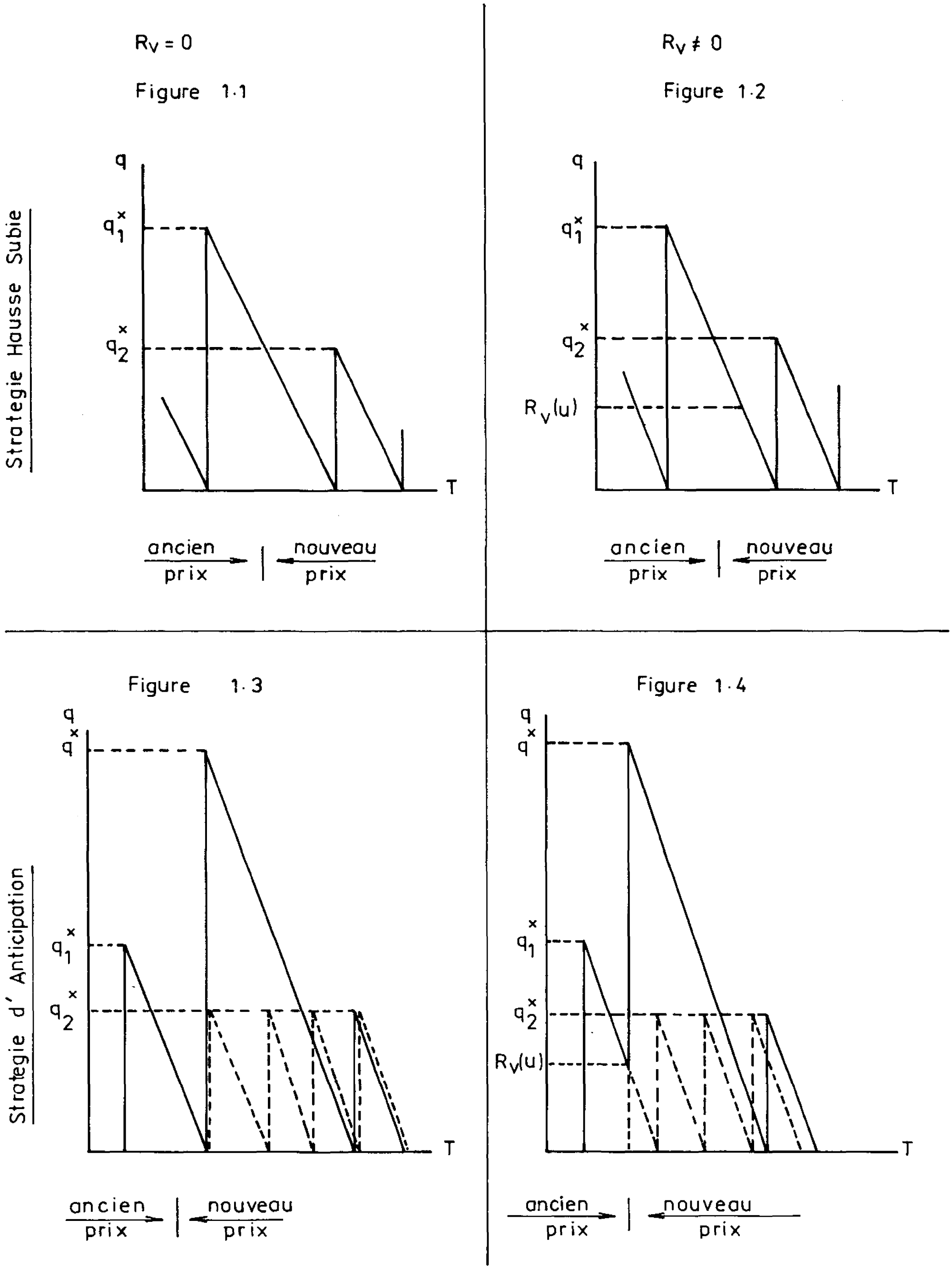
1. RABAIS MOMENTANÉ AVEC UN STOCK NUL A LA LIVRAISON DE LA COMMANDE « L'APPROCHE DE NADDOR »

Ce cas de figure est le seul explicitement envisagé par Naddor ([4]); nous avons généralisé cette approche dans cet article.

Naddor suppose implicitement que la livraison et le paiement peuvent être différés; donc, le niveau du stock est nul à la réception de la commande, hypothèse souvent acceptable dans la pratique (il est cependant possible que le fournisseur n'accepte pas de différer la livraison et le paiement, auquel cas, la position de stock ne sera pas nulle; cette extension de l'approche de Naddor sera examinée ultérieurement).

La figure 1.1 illustre ce qui se passe si l'on décide de subir la hausse de prix sans réagir et la figure 1.3 illustre ce qui se passe si l'on décide un approvisionnement important anticipé pour bénéficier de l'actuel prix avant la hausse tarifaire, et par conséquent, maximiser l'économie, mais cette économie a pour contrepartie un accroissement du stock immobilisé à financer.

([4]) NADDOR [2], p. 97; *voir* également V. GIARD [1], p. 254-255.


Stratégie Hausse Subie
$R_V = 0$
Figure 1.1
q
q_1^x
q_2^x
T
ancien prix
nouveau prix
$R_V \neq 0$
Figure 1.2
q
q_1^x
q_2^x
$R_V(u)$
T
ancien prix
nouveau prix
Stratégie d' Anticipation
Figure 1.3
q
q^x
q_1^x
q_2^x
T
ancien prix
nouveau prix
Figure 1.4
q
q^x
q_1^x
q_2^x
$R_V(u)$
T
ancien prix
nouveau prix

Solution analytique

Naddor définit deux stratégies ([5]) :

La première (*voir* les figure 1.1 et 1.3 reprises plus en détail sur la figure 1.5) est celle d'anticipation d'achat qui consiste à lancer une forte commande avant l'augmentation tarifaire.

Pour cette stratégie d'anticipation, le coût $C_1(q)$ associé à une quantité q est la somme des trois coûts suivants :

– le coût de commande c_c;

– le coût d'acquisition $q \,.\, c_{u_1}$;

– le coût de possession associé au stock moyen possédé, corrigé par la fraction d'année correspondante à la consommation de cette quantité :

$$1 \,.\, c_{u_1} \,.\, \frac{q}{D} \,.\, \frac{q}{2},$$

où $i \,.\, c_{u1}$ représente le coût de possession annuel qui est multiplié par la durée q/D ([6]), pour aboutir à un coût de possession défini sur cette période :

$$C_1(q) = c_c + q \,.\, c_{u_1} + i \,.\, c_{u_1} \,.\, \frac{q}{D} \,.\, \frac{q}{2},$$

$$C_1(q) = c_c + q \,.\, c_{u_1} + i \,.\, c_{u_1} \,.\, \frac{q^2}{2 \,.\, D}.$$

La deuxième stratégie consiste à subir la hausse tarifaire. Or le coût moyen actuel (achat compris) en régime de croisière après la hausse tarifaire, M (d'où une nouvelle quantité économique de commande q_2^*) est la somme du coût moyen annuel de fonctionnement, qui, dans le cadre de modèle de Wilson, se trouve être égal à : $\sqrt{2 \,.\, \mathrm{D} \,.\, \mathrm{c_c} \,.\, \mathrm{i} \,.\, \mathrm{c_{u_2}}}$ ([7]) et de la dépense annuelle d'acquisition : $D \,.\, c_{u_2}$. Nous avons donc :

$$M = \sqrt{2 \,.\, D \,.\, c_c \,.\, i \,.\, c_{u_2}} + D \,.\, c_{u_2}.$$

M représente un coût moyen annuel, or pour pouvoir déterminer l'économie totale liée à une commande anticipée, il nous faut le coût moyen $C_2(q)$ en

([5]) NADDOR [2], p. 97; *voir* également PETERSON et SILVER [3], p. 191.

([6]) La demande étant réputée régulière, cette durée représente l'intervalle de temps qui sépare la dernière commande passée en régime de croisière avant la hausse tarifaire, et la première commande en régime de croisière après la hausse tarifaire.

([7]) *Voir* V. GIARD [1], p. 247-248.

régime de croisière après la hausse tarifaire pendant la période q/D, autrement dit : $M(q/D)$.

Donc, la fonction d'économie : $G=C_2(q)-C_1(q)$ devient :

$$G=\frac{q}{D}.M-\left(c_c+q.c_{u_1}+i.c_{u_1}.\frac{q^2}{2.D}\right).$$

A partir de la première dérivée, nulle à l'optimum, on obtient la valeur optimale de q qui maximise l'économie G :

$$\frac{dG}{dq}=\frac{M}{D}-c_{u_1}-\frac{i.c_{u_1}.q}{D},$$

$$\text{(1)} \qquad q^*=\frac{M}{i.c_{u_1}}-\frac{D}{i}.$$

La relation (1) peut encore s'écrire :

$$q^*=\sqrt{\frac{2.D.c_c}{i.c_{u_2}}}+\left(\sqrt{\frac{2.D.c_c}{i.c_{u_2}}}+\frac{D}{i}\right).\frac{c_{u_2}-c_{u_1}}{c_{u_1}}.$$

Ce qui veut dire qu'il faut ajouter à la quantité calculée avec le nouveau prix, le taux d'augmentation $[(c_{u_2}-c_{u_1})/c_{u_1}]$ multiplié par la somme de cette quantité et de la demande annuelle divisée par le taux de possession.

2. RABAIS MOMENTANÉ AVEC UN STOCK NON NUL A LA LIVRAISON DE LA COMMANDE

2.1. Solution analytique

L'hypothèse proposée par Naddor qui consistait à différer la livraison et le paiement sera levée dans cette partie et l'on va se retrouver avec un niveau du stock non nul à la livraison, $R_v(u)\neq 0$.

Ce cas de figure est illustré sur la figure 1.6, reprise des figures 1.2 et 1.4, plus en détail.

t_1 représente le moment le plus tardif possible où l'on peut profiter de l'actuel régime de prix (donc u ne représente pas ici une variable de commande mais le stock disponible à la passation de la commande). La commande sera

Figure 1.5

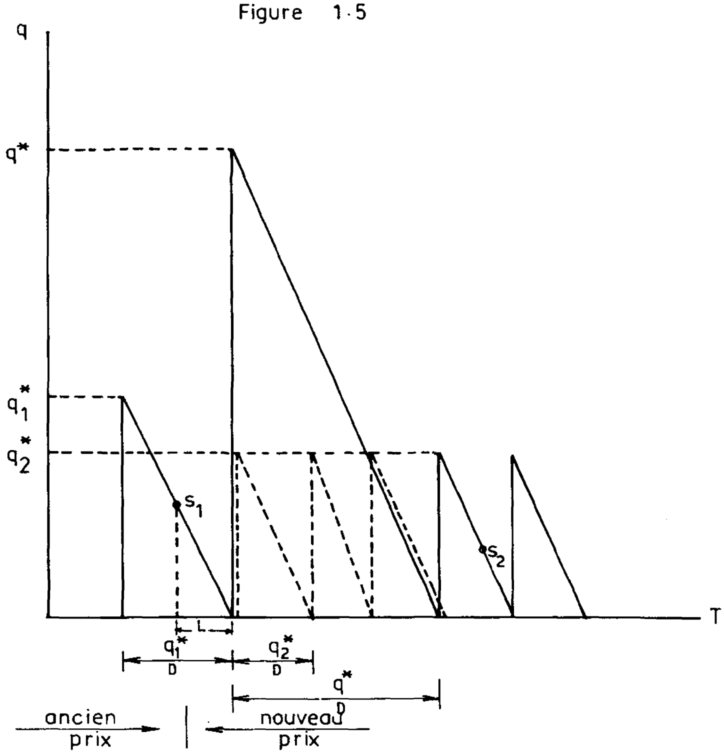
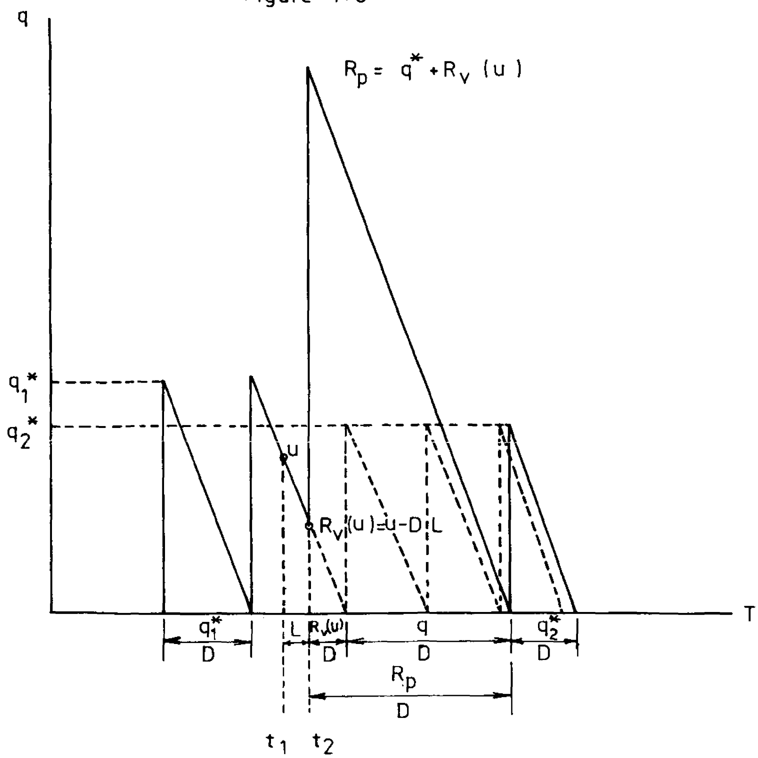


Figure 1.6



lancée à t_1 et la livraison de cette commande aura lieu à t_2; le stock résiduel juste avant la livraison ne sera pas nul mais égal à $R_v(u)$ tel que :

$$R_v(u)=u-D.L.$$

La stratégie d'anticipation d'achat consiste donc à passer une forte commande en t_1 mais les calculs commencent à partir de t_2, aussi bien pour la stratégie de hausse subie que pour la stratégie d'anticipation, et l'économie de coût sera calculée sur la période $[(q+R_v(u))/D]$ « autrement dit, R_p/D, puisque R_p représente le stock disponible juste après la livraison de la commande » :

$$R_p=q+R_v(u) \quad (^8).$$

Le coût moyen dans la stratégie d'anticipation d'achat $C_1(q)$ devient :

$$C_1(q)=c_c+q.c_{u_1}+i.c_{u_1}.\frac{R_p}{D}.\frac{R_p}{2}.$$

D'un autre côté, il faut ajouter au coût moyen en régime de croisière après la hausse tarifaire durant la période q/D soit $[M.(q/D)]$, la valeur du coût de possession du stock résiduel $(R_v(u)/2)$ détenu durant la période $(R_v(u)/D)$. Le coût de possession d'une unité durant cette période étant $(i.c_{u_1}.R_v(u))/D$, nous avons :

$$C_2(q)=\frac{q}{D}.M+i.c_{u_1}.\frac{R_v(u)}{2}.\frac{R_v(u)}{D},$$

$$C_2(q)=\frac{q}{D}.M+i.c_{u_1}.\frac{R_v^2(u)}{2.D}.$$

L'économie G devient :

$$G=C_2(q)-C_1(q),$$

$$G=\frac{q}{D}.M+i.c_{u_1}.\frac{R_v^2(u)}{2.D}-\left(q.c_{u_1}+c_c+i.c_{u_1}.\frac{R_p^2}{2.D}\right),$$

$$\frac{dG}{dq}=\frac{M}{D}-c_{u_1}-i.c_{u_1}.\frac{R_p}{D}.$$

Puisque :

$$\frac{dR_p^2}{dq}=2R_p,$$

[8] R_p dépend toujours de $R_v(u)$ et de q, et pour alléger l'écriture de $R_p(q, R_v(u))$, il sera remplacé par R_p.

nous avons :

$$R_p = \frac{M}{i.c_{u_1}} - \frac{D}{i} \quad \text{ou} \quad R_v(u) + q^* = \frac{M}{i.c_{u_1}} - \frac{D}{i}.$$

(2) Ou encore :

$$q^* = \frac{M}{i.c_{u_1}} - \frac{D}{i} - R_v(u).$$

On remarque que le second membre de la seconde formulation de l'équation (2) et celui de la relation (1) sont identiques, on peut donc généraliser cette équation (1) en remplaçant la quantité économique par la somme de la quantité commandée et du stock résiduel, juste avant la livraison.

Pour que cette économie soit maximale, il faut que la dérivée seconde de G par rapport à q soit négative; cette condition est réalisée ici car :

$$\frac{d^2 G}{dq^2} = -\frac{i.c_{u_1}}{D} < 0.$$

2.2. Application numérique

a. Listing

**POLITIQUE OPTIMALE POUR L'ARTICLE 1 EN RÉGIME DE CROISIÈRE APRÈS LA HAUSSE TARIFAIRE
QUANTITÉ DE COMMANDE=467.
POINT DE COMMANDE=167.
NOMBRE MOYEN ANNUEL DE COMMANDE=5.139
INTERVALLE ENTRE 2 COMMANDES=0.19458 ANNÉE
STOCK MOYEN DÉTENU=233.50
TAUX MOYEN DE ROTATION DE STOCK=10.2784
COURT MOYEN ANNUEL DE COMMANDE=1541.76
COÛT MOYEN ANNUEL DE POSSESSION=1541.10
INDICATEUR DE COÛT MOYEN ANNUEL DE GESTION (ACHAT EXCLU)=3082.86
INDICATEUR DE COÛT MOYEN ANNUEL DE GESTION (ACHAT INCLU)=82282.81
MARGE NETTE MOYENNE ANNUELLE=13717.14
*POLITIQUE OPTIMALE POUR L'ARTICLE 1 AVANT LA HAUSSE TARIFAIRE
QUANTITÉ DE COMMANDE=1631.
STOCK DISPONIBLE A LA PASSATION DE COMMANDE=250.
STOCK DISPONIBLE JUSTE AVANT LA PROCHAINE LIVRAISON=83.
STOCK DISPONIBLE JUSTE APRÈS LA PROCHAINE LIVRAISON=1714.
INTERVALLE DE TEMPS (EN ANNÉE) SÉPARANT LES 2 PROCHAINES LIVRAISONS=0.71417
STOCK MOYEN (ANNUEL) POSSÈDE ENTRE LES 2 PROCHAINES LIVRAISONS=612.04
MONTANT DE LA COMMANDE PASSÉE=48930.00
ÉCONOMIE TOTALE RÉALISÉ=3024.52

b. Justification des calculs

1. *Politique optimale pour l'article après la hausse tarifaire*

$q_2^* =$ quantité de commande

$$= \frac{2 . D . c_c}{i . c_{u_2}} = \frac{2.2\,400.300}{0,2.33} = 467,$$

$$s_2^* = \text{point de commande} = D . L = 2\,400 . \frac{20}{288} = 167,$$

$I_c =$ nombre moyen annuel de commandes

$$= \frac{D}{q_2^*} = \frac{2\,400}{467} = 5,139,$$

$C_I =$ intervalle entre deux commandes

$$= \frac{q_2^*}{D} = \frac{467}{2\,400} = 0,184\,58,$$

$$I_p = \text{stock moyen détenu} = \frac{q_2^*}{2} = \frac{467}{2} = 233,50,$$

Rot $=$ taux moyen de rotation de stock

$$= \frac{D}{I_p} = \frac{2\,400}{233,50} = 10.278,$$

$Z_1 =$ coût moyen annuel de commande

$$= c_c . I_c = 300.5,139 = 1\,541,7,$$

$Z_2 =$ coût moyen annuel de possession

$$= i . c_{u_2} . I_p = 0,2.33.233,50 = 1\,541,1,$$

coût = indicateur de coût moyen annuel

de gestion (achat exclu)

$$= Z_1 + Z_2 = 1\,541,7 + 1\,541,1 = 3\,082,8,$$

$M =$ indicateur de coût moyen annuel

de gestion (achat inclu)

$$= \text{coût} + D . c_{u_2} = 3\,082,8 + 2\,400 . 33 = 82\,282,8,$$

Marge nette moyenne annuelle

$$= (v - c_{u_2}) . D - \text{coût}$$

$$= (40 - 33) . 2\,400 - 3\,082,8 = 13\,717 \quad (^9).$$

(9) v étant le prix de vente, $v = 40$ F.

2. *Politique optimale pour l'article avant la hausse tarifaire*

$$q^* = \text{quantité de commande} = \frac{M}{i \, . \, c_{u_1}} - \frac{D}{i} - R_v(u)$$

$$= \frac{82\,282{,}8}{0{,}2.30} - \frac{2\,400}{0{,}2} - 83 = 1631,$$

u = stock disponible à la passation de la commande = 250,

$R_v(u)$ = stock disponible juste avant la prochaine livraison $= u - D \, . \, L = 250 - 167 = 83$,

R_p = stock disponible juste après la prochaine livraison $= q^* + R_v(u) = 1\,631 + 83 = 1\,714$,

C_I = intervalle de temps (en année) séparant les deux prochaines livraisons

$$= \frac{R_p}{D} = \frac{1\,714}{2\,400} = 0{,}714\,16,$$

I_p = stock moyen annuel possédé entre les deux prochaines livraisons

$$= \frac{R_p}{2} \, . \, C_I = \frac{1\,714}{2} \, . \, 0{,}714 = 612{,}04,$$

coût = montant de la commande passée

$$= q^* \, . \, c_{u_1} = 1\,631 \, . \, 30 = 48\,930,$$

eco = économie totale réalisée

$$= \frac{q^* \, . \, M}{D} + i \, . \, c_{u_1} \, . \, \frac{R_v^2(u)}{2 \, . \, D} - c_c - q^* \, . \, c_{u_1} - \frac{i \, . \, c_{u_1} \, . \, R_p^2}{2 \, . \, D}$$

$$= \frac{1\,631 \, . \, 82\,282{,}8}{2\,400} + \frac{0{,}2 \, . \, 30 \, . \, 83^2}{2 \, . \, 2\,400} - 300 - 1\,631$$

$$\times 30 - \frac{0{,}2 \, . \, 30 \, . \, 1\,714^2}{2 \, . \, 2\,400} = 3\,024{,}52.$$

CONCLUSIONS

Dans ce travail, nous avons déterminé la meilleure politique d'approvisionnement dans le cas de l'augmentation tarifaire en gestion des stocks [en politique quantité de commande – point de commande (q, s)].

Nous avons ainsi déterminé :

— la quantité optimale de commande, et donc la dépense optimale d'acquisition;

— les divers coûts correspondant à cette solution optimale.

Le critère d'optimisation qui a été retenu pour le choix de la politique optimale d'approvisionnement est l'économie qui résulte d'une telle solution, économie qui entraînera une meilleure rentabilité pour l'entreprise.

Aussi, il nous paraît intéressant d'étudier un point qui nous paraît important : la réalisation d'un système de traitement des informations que nous avons utilisées pour arriver à ces résultats.

L'utilisation d'un système conversationnel d'aide à la décision serait, en effet, un outil très appréciable pour améliorer la maîtrise des processus d'approvisionnement.

Il est à noter que les apports du calcul économique dans ce domaine permettent de tenir compte de la complexité des problèmes concrets que l'on peut rencontrer très souvent en pratique.

L'exemple que nous avons traité illustre assez bien l'utilité d'un tel système.

BIBLIOGRAPHIE

1. V. Giard, *Gestion de la production-calcul économique*, 1re éd., 1982, Économica.
2. E. Naddor, *Inventory System*, 1re éd., 1966, Wiley.
3. R. Peterson et A. Silver, *Decision System for Inventory and Production Planning*, 1re éd., 1979, Wiley.