REVUE FRANÇAISE D'AUTOMATIQUE, D'INFORMATIQUE ET DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE. RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

J. PELLAUMAIL

Majoration des retards dans les réseaux ATM

Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 30, nº 1 (1996), p. 51-64.

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1996__30_1_51_0>

Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 30, n° 1, 1996, pp. 51-64)

MAJORATION DES RETARDS DANS LES RÉSEAUX ATM (*)

par J. PELLAUMAIL (1)

Communiqué par Dominique di WERRA

Résumé. – *On construit une variable aléatoire G qui constitue une majoration du retard que peut prendre une cellule lors de la traversée d'un autocommutateur dans un réseau fonctionnant suivant le mode ATM. La loi et la fonction génératrice associées à G sont données sous une forme suffisamment simple pour permettre d'étudier facilement les caractéristiques de G.*

Mots clés : Réseau ATM, fonction génératrice, processus markovien.

Abstract. – *We consider the worst case for a queue arising in a multiservice network using ATM. An upper-bound of the probabilities of such a queue is proposed. The associated generating function is given in a tractable form.*

Keywords: ATM (Asynchronous Transfer Mode), generating function, Markov process.

1. INTRODUCTION

Peut-on prévoir quelle importance prendront les réseaux ATM dans les transmissions de données au delà de l'an 2000 ? La réponse est actuellement incertaine; par contre, ces réseaux font l'objet de multiples études dans plusieurs pays.

Nous n'avons pas l'intention d'expliquer en détails les protocoles qui régissent de tels réseaux et nous renvoyons pour cela à des travaux spécialisés (*cf.* par exemple, [1] ou [11]). Pour la modélisation mathématique étudiée ici, il nous suffit de savoir que toutes les informations sont découpées en cellules identiques de 53 octects, que toutes les cellules d'une même communication transitent par le même canal, réel ou virtuel, et que les règles de priorité aux nœuds de communication dépendront de la technologie.

(*) Reçu en avril 1994.

(1) Laboratoire L.A.N.S., 20, avenue des Buttes de Coësmes, 35043 Rennes Cedex.

Nous allons nous restreindre à l'étude des retards pris par les cellules d'une communication, ces retards étant dus au fait qu'il faut laisser passer d'autres cellules qui sont prioritaires ou qui sont arrivées avant. Plus précisément, nous allons essentiellement considérer les retards pris à un nœud de communication. L'étude de tels retards dépend évidemment de la discipline de servive en vigueur à ce nœud de communication.

En ce qui concerne les en-têtes des cellules, on peut penser que la règle de service sera « premier arrivé, premier servi »; plusieurs modèles mathématiques s'appuyant sur cette discipline de service ont été proposés et étudiés : par exemple, *cf.* [3, 6, 10, 12, 15], etc.

En fait, il est difficile de savoir quelle sera la discipline de service au niveau des cellules : l'objet de l'étude proposée ici est de considérer le cas le plus « pénalisant » pour la communication étudiée, c'est-à-dire le cas où les cellules de toutes les autres communications sont prioritaires par rapport aux cellules de la communication étudiée.

Autrement dit, on étudie les cellules d'une communication, ces cellules ne pouvant passer que dans les places vides laissées par l'ensemble des autre communications. On considère le cas où ces autres cellules viennent d'horizons divers et arrivent donc suivant un flot poissonnien.

En résumé, on se propose d'étudier la disposition des places vides sur un canal de débit fixe et soumis à un flux d'arrivée poissonnien de paramètre α. Dans toute la suite, ce paramètre α est fixé. Il faut toutefois noter que, à l'exception de la famille ξ, toutes les familles $(a, b, c$, etc.) que nous introduisons dépendent de ce paramètre α.

2. LE PROCESSUS X

Le processus X que nous allons définir maintenant va nous permettre de préciser les hypothèses mathématiques associées à l'introduction. Ce processus est un processus markovien homogène (pour plus de détails sur cette notion, *cf.*, par exemple, [14]) dont l'ensemble des temps est l'ensemble des entiers positifs et dont l'ensemble des états est également l'ensemble des entiers positifs. Pour tout entier positif t, $X(t)$ est la variable aléatoire entière associée à l'état du processus X à l'instant t.

L'évolution du processus X est définie par :

$$X(t+1) = A(t) + \text{Sup}\{[X(t) - 1], 0\}$$

où $A(t)$ est une variable aléatoire indépendante de $X(t)$ qui suit la loi de Poisson de paramètre α (ce paramètre ne dépend pas de t). On pose :

$$a(k) := P[A(t) = k] = \alpha^k e^{-\alpha}/k!$$

Comme indiqué dans l'introduction, notre objet est essentiellement d'étudier la disposition des instant t où l'on a $X(t) = 0$ (les « places vides »).

Avant de poursuivre l'étude mathématique de ce processus X, donnons-en une interprétation expérimentale.

On considère le cas d'un canal unique. L'unité de temps est le délai nécessaire au passage d'une cellule en un point donné de ce canal. On observe ce canal en un point et aux instants 0, 1, 2,... de passage du premier bit de chaque cellule, une cellule pouvant être vide d'information s'il n'y a pas de « cellule utile » en attente. Entre t et $t+1$, le canal laisse passer une et une seule cellule utile s'il y a une telle cellule en attente.

De plus, on suppose que les cellules considérées correspondent à des flux à faible débit et proviennent de plusieurs centaines d'émetteurs divers : le mélange de ces émissions peut alors être approché, de façon très satisfaisante, par un flux poissonnien de paramètre α : la variable aléatoire $A(t)$ correspond alors au nombre de cellules utiles qui sont arrivées entre $t-1$ et t et qui souhaitent utiliser le canal considéré.

Enfin, la variable aléatoire $X(t)$ correspond au nombre de cellules utiles en attente à l'instant t et qui souhaitent utiliser le canal considéré.

Un des problèmes importants dans les réseaux ATM est d'étudier les retards sur les flux à haut débit provoqués par les flux à faible débit. Dans cette perspective, le cas le plus pénalisant est le cas où les flux à faible débit sont prioritaires par rapport aux flux à haut débit : ceux-ci ne peuvent alors passer que dans les « places vides » laissées par l'ensemble des flux à faible débit, d'où l'intérêt d'étudier la disposition de ces « places vides ». Pour faciliter les explications, on suppose que l'ensemble des flux à haut débit correspond à une seule communication que l'on a appelée la « communication étudiée » dans l'introduction. La variable aléatoire G étudiée à la section 8 est une majoration pénalisante du délai entre deux émissions d'une cellule de cette communication de référence.

3. LA LOI CONDITIONNELLE b

La fonction b est définie de la façon suivante :

Soit t, j et k trois entiers avec $t \geq 0$, $j \geq 0$ et $k \geq 0$. On appelle $b(j, k)$ la probabilité d'avoir $X(t+i) > 0$ pour $0 \leq i < j$ et $X(t+j) = k$ sachant $X(t-1) = 0$. De plus, on pose :

$$u(j, z) := \sum_{k=0}^{\infty} b(j, k) z^k$$

Cette série entière de la variable complexe z a un rayon de convergence au moins égal à 1 puisque :

$$\sum_{k=0}^{\infty} b(j, k) \leq 1$$

On a :

$$u(0, z) = \exp[\alpha(z-1)]$$

De plus, quels que soient $j \geq 0$ et $k \geq 0$ on a :

$$b(j+1, k) = \sum_{h=0}^{k} b(j, 1+h)\, a(k-h)$$

Cette relation implique, pour $j \geq 0$:

$$z\, u(j+1, z) = [u(j, z) - b(j, 0)]\, u(0, z)$$

On en déduit, pour $j \geq 1$:

$$z^j\, u(j, z) = [u(0, z)]^{j+1} - \sum_{h=1}^{j} z^{j-h}\, b(j-h, 0)\, [u(0, z)]^h$$

En raisonnant par récurrence, ceci implique :

$$b(j, 0) = e^{-\alpha}\, \xi(j)\, [\alpha\, e^{-\alpha}]^j \tag{1}$$

en ayant posé :

$$\xi(j) := (j+1)^j / j! - \sum_{h=1}^{j} \xi(j-h)\, h^{h-1}/(h-1)! \tag{2}$$

La famille ξ est à termes positifs (*cf.* (1)); la relation (2) implique donc :

$$\xi(j) \leq (j+1)^j / j!$$

Cette inégalité implique que la série entière de terme général $\xi(j) z^j$ a un rayon de convergence au moins égal à 1/e (règle de d'Alembert).

Pour α suffisamment petit, il n'y a pas « explosion » (l'état 0 est récurrent). On a donc

$$\sum_{j=0}^{\infty} b(j, 0) = 1 \quad \text{ce qui implique } (cf. (1)) :$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \xi(j) [\alpha e^{-\alpha}]^j = e^{\alpha} \tag{3}$$

La fonction qui à α associe $\alpha \exp(-\alpha)$ est croissante de 0 à $1/e$ quand α varie de 0 à 1 puis décroissante ensuite; la relation (3) est satisfaite pour $0 < \alpha < 1$; par contre elle ne peut pas être satisfaite pour $\alpha > 1$; en raisonnant par l'absurde ceci implique que le rayon de convergence de la série de terme général $\xi(j) z^j$ ne peut pas être plus grand que $1/e$: il est donc exactement égal à 1/e.

4. ESPÉRANCE ET VARIANCE DE D

Pour alléger les notations, posons, pour $j \geq 0$:

$$d(j) := b(j, 0)$$

Soit D une variable aléatoire associée à la distribution de probabilité d, c'est-à-dire que :

$$d(j) := P[D = j]$$

D est le délai entre deux places vides (deux instants t tels que $X(t) = 0$).

Pour $\alpha < 1$ on peut dériver terme à terme la relation (3) par rapport à α ce qui donne :

$$\sum_{j=1}^{\infty} \xi(j)\, j\, [\alpha e^{-\alpha}]^j = \alpha e^{\alpha} / (1 - \alpha) \tag{4}$$

L'espérance associée au délai avant la première place vide vaut donc (*cf.* (1)) :

$$E(D) = \sum_{j=1}^{\infty} j\, d(j) = \alpha/(1-\alpha) \tag{5}$$

En dérivant terme à terme par rapport à α la relation (4) on obtient :

$$\sum_{j=1}^{\infty} j^2\, \xi(j)\, [\alpha\, e^{-\alpha}]^j\, e^{-\alpha} = (1+\alpha-\alpha^2)\, \alpha/(1-\alpha)^3 \tag{6}$$

la somme ci-dessus étant aussi égale à $E(D^2)$. La relation classique $\operatorname{var}(D) = E(D^2) - [E(D)]^2$ donne

$$\operatorname{var}(D) = \alpha/(1-\alpha)^3 \tag{7}$$

5. LA LOI CONDITIONNELLE c

C'est à l'aide de la fonction d que nous allons construire la fonction c dont le rôle est essentiel au niveau des applications. Le processus X est toujours le processus construit à la section 2 plus haut.

Pour tout couple (j, k) d'entiers positifs, on appelle $c(j, k)$ la probababilité d'avoir $X(t+j+k) = 0$, et pour $0 \leq i < k$, $X(t+i+j) > 0$ sachant $X(t-1) = 0$. On a d'abord :

$$c(0, k) = d(k) \tag{8}$$

Ensuite on calcule la famille c à partir de la famille d par récurrence croissante sur j en utilisant la relation suivante :

$$c(j+1, k) = d(j+k+1) + \sum_{i=0}^{j} d(i)\, c(j-i, k) \tag{9}$$

Cette égalité est un corollaire du caractère markovien de X et de la formule de Bayes. Plus précisément, $d(j+k+1)$ correspond au cas où la première place vide est à l'instant $t+j+k+1$; par contre $d(i)$, pour $0 \leq i \leq j$, correspond au cas où la première place vide est à l'instant $t+i$. En restriction à ce cas, il faut multiplier pas $c(j-i, k)$ ce qui correspond au fait qu'il n'y a pas de place vide aux instants $t+j+h$ pour $1 \leq h \leq k$.

6. INÉGALITÉS

Ci-dessus nous avons noté que la famille la plus importante sur le plan technique est la famille c. En effet, on a très souvent la situation suivante : à un instant $(t-1)$ une cellule de la communication étudiée peut passer (ce qui suppose que l'on ait une place vide et donc que $X(t-1)$ soit égal à 0). Puis, pendant quelques instants, la cellule suivante de la communication étudiée ne peut pas passer pour des raisons techniques diverses. Enfin, à partir de l'instant $t+j$ (cet instant inclus), cette cellule pourrait passer s'il y avait une place disponible et $c(j, k)$ est alors la probabilité pour que cette cellule attende k instants avant de trouver une place disponible.

En fait, dans une telle perspective, la valeur de j est souvent assez complexe à définir. Il est donc intéressant d'avoir une approximation de $c(j, k)$ indépendante de j, ce qui permet d'étudier le retard technologique j indépendamment du retard k qui est lié au phénomène d'attente de place disponible.

Comme toujours, il nous semble que le plus intéressant est de se placer dans le cas le plus pénalisant : dans cet esprit, étudier le maximum sur j de $c(j, k)$ n'est pas satisfaisant. Par contre, on peut procéder de la façon suivante. Pour $j \geq 0$ et $k \geq 0$, on pose :

$$e(j, k) := \sum_{h>k} c(j, h) = 1 - \sum_{h \leq k} c(j, h)$$

On constate alors numériquement que, pour toutes les valeurs de α avec $0 < \alpha < 1$, et pour tout couple (j, k), $j \geq 0$, $k \geq 0$, on a :

$$e(j+1, k) \geq e(j, k) \tag{10}$$

Plus précisement, pour toutes les valeurs de α de la forme h/1000 avec h entier compris entre 1 et 999, pour toutes les valeurs de j avec j entier compris entre 1 et 50 et pour toutes les valeurs de k avec k entier compris entre 1 et 50, on a vérifié informatiquement l'inégalité (10). Pour cela, on a introduit un booléen qui aurait rendu faux s'il y avait eu un triplet (α, j, k) pour lequel cette inégalité n'eut pas été satisfaite. Compte tenu de la « régularité apparente » des fonctions étudiées, on peut penser que cette inégalité vaut quel que soit α.

Ceci amène à poser, pour $k \geq 0$:

$$f(k) := \operatorname*{Sup}_{j \geq 0} e(j, k) = \lim_{j \to \infty} e(j, k)$$

$$g(k) := f(k-1) - f(k) \text{ ce qui équivaut à}$$

$$f(k) = \sum_{h > k} g(h) = 1 - \sum_{h \leq k} g(h)$$

On a aussi

$$g(k) = \lim_{j \to \infty} c(j, k) \tag{11}$$

L'inégalité (10), dont on n'est pas en mesure de donner une démonstration mathématique rigoureuse, signifie qu'en remplaçant $c(j, k)$ par $g(k)$ on « se pénalise ». Autrement dit g constitue une « approximation pénalisante » de c, indépendante de j. On se propose maintenant d'effectuer l'étude mathématique de la distribution de probabilité g (qui dépend de α).

7. LIMITE DE $c(j, k)$

Pour la définition de $c(j, k)$, on a supposé que $X(t-1)$ est égal à zéro. Pour une autre condition initiale sur $X(t-1)$, on aurait une autre famille $c'(j, k)$. L'influence de la valeur initiale de $X(t-1)$ sur les valeurs respectives de $c(j, k)$ et $c'(j, k)$ est de plus en plus faible quand j tend vers l'infini. Le régime stationnaire associé à X va donc nous permettre d'étudier la limite $g(k)$ de $c(j, k)$ quand j tend vers l'infini. Autrement dit, on observe le processus X en régime stationnaire et on choisit un instant « au hasard » (l'ensemble des temps étant l'ensemble des entiers naturels ou relatifs) : $g(k)$ est la probabilité pour qu'il faille attendre k unités de temps avant le premier emplacement vide.

Il y a plusieurs façons d'étudier la suite g. On peut étudier directement la limite de $g(k)$ quand j tend vers l'infini. Puisqu'on ne dispose pas de formule mathématique simple exploitable, cette limite doit être étudiée de façon informatique.

Dans ce qui suit nous utilisons une démarche analogue mais distincte qui permet de calculer g à partir de la famille d. Cette démarche, est classique : par exemple elle est analogue à celle utilisée dans le théorème 11.D.2 de [13].

On observe le processus X sur un temps très long. Soit n le nombre de places vides. Pour de telles places, on a la probabilité $d(k)$ que cette place vide soit suivie de k cellules avant la place vide suivante. La place dans le temps prise par de telles cellules vaut $nk\,d(k)$. La place totale dans le temps occupée par les trous et les cellules vaut donc :

$$m = n + \sum_{k=1}^{\infty} n\,k\,d(k)$$

Si on choisit un instant « au hasard », c'est-à-dire que l'on choisit au hasard l'une des places ci-dessus, chacune a la probabilité $1/m$ d'être choisie. La probabilité que cette place soit une place vide vaut

$$g(0) = \frac{n}{m} = 1\Big/\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} k\,d(k)\right) \tag{12}$$

La probabilité pour que la place choisie au hasard tombe dans une séquence de k places occupées entre deux places vides vaut

$$n\,k\,d(k)/m$$

Puis, sachant que l'on tombe sur une telle séquence, le délai avant la première place vide vaut i avec la probabilité $1/k$ pour $1 \leq i \leq k$. On a donc, pour $i > 0$:

$$\begin{aligned} g(i) &= \sum_{k=i}^{\infty} n\,d(k)/m \\ &= \sum_{k=i}^{\infty} d(k)\Big/\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} h\,d(h)\right) \\ &= g(0) \sum_{k=i}^{\infty} d(k) \end{aligned}$$

On peut calculer $g(0)$ par un raisonnement du type « formule de Little » (*cf.* [14]). En effet, $g(0)$ est la proportion du nombre d'instants t tels que $X(t) = 0$ où X est le processus introduit à la section 2 et considéré en régime stationnaire. Considérons un intervalle de temps très long et soit N la longueur de cet intervalle. Durant cet intervalle de temps, l'ordre de grandeur du nombre de cellules écoulées vaut $N[1 - g(0)]$ (c'est l'ordre de grandeur du nombre d'instants t tel que $X(t) > 0$). Par ailleurs, l'ordre de grandeur du nombre de cellules reçues est $N\,\alpha$ (puisque, à chaque instant t, la moyenne du nombre de cellules qui arrivent vaut α). Du fait de l'équilibre ces deux quantités sont égales. Finalement on a donc :

$$g\,(0) = 1 - \alpha$$

d'où

$$g\,(i) = (1 - \alpha) \sum_{k=i}^{\infty} d\,(k) \tag{13}$$

8. FONCTION GÉNÉRATRICE

Comme la famille g correspond à une distribution de probabilité, on peut l'étudier exhaustivement par l'intermédiaire de sa fonction génératrice w, c'est-à-dire que :

$$w\,(z) := \sum_{k=0}^{\infty} g\,(k)\,z^k$$

et le rayon de convergence de cette série entière de la variable complexe z est au moins égal à 1. La relation (13) donne :

$$w\,(z) = (1 - \alpha) \sum_{k=0}^{\infty} d\,(k)\,(1 - z^{k+1})/(1 - z) \tag{14}$$

Soit v la fonction génératrice associée à la famille d c'est-à-dire que :

$$v\,(z) := \sum_{k=0}^{\infty} z^k\,d\,(k)$$

On a :

$$w\,(z) = \frac{1 - \alpha}{1 - z}\,[1 - z\,v\,(z)] \tag{15}$$

Soit G une variable aléatoire associée à la distribution de probabilité g, c'est-à-dire que, pour $k \geq 0$, on a :

$$g\,(k) = P\,[G = k]$$

La relation (15) peut s'écrire :

$$(1 - z)\, w(z) = (1 - \alpha)\, [1 - z\, v(z)]$$

Dérivons cette relation par rapport à z ; on obtient :

$$(1 - z)\, w'(z) - w(z) = (\alpha - 1)\, [v(z) + z\, v'(z)] \tag{16}$$

choisissons $z = 1$ dans cette relation (16) ; il vient :

$$1 = (1 - \alpha)\, [1 + v'(1)] \quad \text{soit}$$
$$E(D) = v'(1) = \alpha/(1 - \alpha)$$

et l'on retrouve ainsi la relation (5).

Dérivons à nouveau la relation (16) ; on obtient :

$$(1 - z)\, w''(z) - 2\, w'(z) = (\alpha - 1)\, [2\, v'(z) + z\, (v''(z)] \tag{17}$$

choisissons $z = 1$ dans cette relation (17) ; il vient :

$$2\, w'(1) = (1 - \alpha)\, [2\, v'(1) + v''(1)]$$

Or :

$$v'(1) = E(D), \quad v''(1) = E(D^2) - E(D) \quad \text{et} \quad w'(1) = E(G)$$

Les relations (5) et (6) donnent alors :

$$E(G) = \alpha\, (1 - \alpha/2)/(1 - \alpha)^2 \tag{18}$$

Dérivons la relation (17) ; cela donne :

$$(1 - z)\, w'''(z) - 3\, w''(z) = (\alpha - 1)\, [3\, v''(z) + z\, v'''(z)] \tag{19}$$

choisissons $z = 1$ dans cette relation (19) ; on obtient :

$$3\, w''(1) = (1 - \alpha)\, [3\, v''(1) + v'''(1)] \tag{20}$$

La relation (4) peut aussi s'écrire :

$$\sum_{j=0}^{\infty} \xi(j)\, j\, [\alpha\, e^{-\alpha}]^{j-1} = e^{2\alpha}/(1 - \alpha)$$

Dérivons terme à terme cette égalité; on a :

$$\sum_{j=0}^{\infty} \xi(j)\, j\,(j-1)\,[\alpha\, e^{-\alpha}]^{j-2} = e^{3\alpha}\,[3-2\alpha]/(1-\alpha)^3$$

Dérivons à nouveau terme à terme; on a

$$\sum_{j=0}^{\infty} \xi(j)\, j\,(j-1)\,(j-2)\,[\alpha\, e^{-\alpha}]^{j-3} e^{-\alpha}\, e^{3\alpha} = (6\,\alpha^2 - 19\,\alpha + 16)/(1-\alpha)^5$$

ce qui implique

$$v'''(1) = \alpha^3\,(6\,\alpha^2 - 19\,\alpha + 16)/(1-\alpha)^5$$

La relation (20) implique alors

$$3\,w''(1) = (2\,\alpha^4 - 8\,\alpha^3 + 9\,\alpha^2)/(1-\alpha)^4$$

Or on sait que
$\mathrm{var}\,(G) = w''(1) + E\,(G) - [E\,(G)]^2$ donc

$$\mathrm{var}\,(G) = [-\alpha^4 + 4\,\alpha^3 - 6\,\alpha^2 + 12\,\alpha]/[12\,(1-\alpha)^4] \qquad (21)$$

L'intérêt des formules (18) et (21) est double : d'une part elles permettent d'effectuer des vérifications informatiques; d'autre part elles permettent de voir à quelle vitesse l'espérance et la variance de G tendent vers l'infini quand α tend vers 1.

9. CONCLUSION

La discipline de service qui régit le transfert des cellules dans les autocommutateurs des réseaux ATM n'est probablement pas très simple à formaliser de façon rigoureuse. Il semble donc utile de considérer le cas le plus pénalisant où les cellules de la communication étudiée passent après toutes les autres.

Le point essentiel de cette étude est la mise en évidence d'une loi de probabilité g adaptée à cette situation et qui constitue une « approximation pénalisante » des retards dus aux phénomènes de files d'attente, ces retards pouvant ainsi être étudiés presque indépendamment des autres retards dus à diverses contraintes technologiques. En d'autres termes, la variable aléatoire G associée à g constitue une « majoration pénalisante » de la variable aléatoire associée à la « *busy period* », majoration au sens de « l'ordre stochastique », fort ou faible puisqu'ici l'ordre stochastique fort et l'ordre stochastique faible coïncident.

La fonction génératrice associée à g est donnée sous une forme suffisamment explicite pour permettre d'en étudier rapidement les diverses caractéristiques à commercer par la moyenne.

Par ailleurs, il est facile de calculer informatiquement toutes les familles construites dans ce travail ; toutes les formules établies ont donc été vérifiées par ce calcul informatique pour plusieurs valeurs de α.

Les trois points les plus originaux sur lesquels reposent l'ensemble de la construction proposée ici sont :

a) la démarche globale proposée, *b*) la relation (1) qui est d'une très grande simplicité, *c*) l'inégalité (10) qui montre l'importance de la distribution de probabilité g.

L'auteur tient à remercier le référé pour sa relecture minutieuse, ses remarques pertinentes et la rectification d'une erreur grossière.

BIBLIOGRAPHIE

1. *L'Echo des recherches*, spécial ATM, *1* et *2*, 1991.
2. M. E. Anagnostou, M. E. Theologou et E. N. Protonotarios, Cell insertion ratio analysis in ATM networks, *Computer Networks and ISDN Systems, 24*, 1992, p. 335-344.
3. C. Blondia, Performance evaluation of an $M/1$-stage in a ATM switching element, *Performance evaluation, 15,* 1992, p. 1-20.
4. P. Boyer et F. Guillemin, *An upper-bound for the clumping tolerance parameter at the TB interface*, ATM-Forum, 1992.
5. P. Boyer, F. Guillemin, M. Servel et J.-P. Coudreuse, *Moderately constraining cell delay variation bounds are practical if cells are spaced at the ATM network's entry point*, IEEE Network, Sept. 1992.
6. J. Pellaumail, P. Boyer et P. Leguesdron, *Modélisation markovienne des reatrds dans un réseau ATM*, Béjaïa, MOAD'92, déc. 1992.
7. P. Boyer et D. Tranchier, A reservation principle with applications to the ATM trafic control, *Computer Networks and ISDN Systems, 24*, 1992, p. 321-334.
8. P. Boyer, J. Servel et F. Guillemin, The spacer-controller : an efficient UPC/NPC for ATM networks, preprint, CNET, Lannion.
9. F. Guillemin et A. Dupuis, A basic requirement for the policing function in ATM networks, *Computer Networks and ISDN systen, 24*, 1992, p. 311-320.
10. J.-Y. Le Boudec, An efficient solution method for Markov models of ATM links loss priorities, *IEEE J. com., 9*, n° 3, 1991.
11. J.-Y. Le Boudec, The ATM mode : a tutorial, *Computer Networks and ISDN Systems, 24*, 1992, p. 279-309.

12. J. R. LOUVION, P. BOYER et A. GRAVEY, *A discrete-time single server queue with Bernouilli arrivals and constant service time*, MC′12, Turin, juin 1988.
13. J. PELLAUMAIL, *Probabilités, statistiques, files d'attente*, Dunod, 1988.
14. J. PELLAUMAIL, *Graphes, simulation, L-matrices*, Hermès, Paris, 1992.
15. J. PELLAUMAIL, Décomposition de M-matrice et buffer d'un multiplexeur ATM, *RAIRO, Recherche Opérationnelle, 26*, n° 2, 1992.
16. J. W. ROBERTS et J. T. VIRTAMO, The superpositon of periodic cell arrival streams in an ATM multiplexer, *IEEE Trans. and Com., 39*, n° 2, 1991.
17. SAN-QI LI, A general solution technique for discret queueing analysis of multimedia traffic on ATM, *IEEE Trans. and Com., 39*, n° 7, 1991.